ערכים עצמיים ווקטורים עצמיים

**הגדרות**

1.  ט.ל.  נקרא וקטור עצמי של  אם יש סקלר  כך ש-.  
  נקרא הערך העצמי השייך ל-.  נקרא הוקטור העצמי השייך ל-.

2.  מטריצה מסדר  מעל שדה ,  נקרא וקטור עצמי של  אם .  
  נקרא הערך העצמי השייך ל-.

3. פולינום אופייני (פ"א): הפולינום המתקבל מהחישוב: .

4. ריבוי אלגברי (ר"א) של ע"ע : החזקה של: בפולינום האופייני.

5. ריבוי גאומטרי (ר"א) של ע"ע : המספר המקסימלי של וקטורים עצמיים בת"ל השייכים לע"ע זה.

6. דמיון: שתי מטריצות תקראנה דומות אם קיימת הפיכה כך ש: .

7. לכסינות: A תיקרא לכסינה אם קיימת הפיכה ו D אלכסונית כך ש: .

**שלבי חישוב ע"ע ו"ע:**

1. אם נתונה ט"ל, יש לחשב קודם את המטריצה המייצגת שלה.
2. מחשבים:
3. חישוב ע"ע: שורשי הפולינום שהתקבל בסעיף הקודם.
4. חישוב ו"ע: לכל ע"ע פותרים את מערכת המשוואות: .

מרחב הפתרונות של מערכת זו נקרא המרחב העצמי של . מימדו של מרחב זה שווה לריבוי הגאומטרי של ,

וכל וקטור שונה מאפס במרחב זה הוא ו"ע המתאים לע"ע .

**משפטים:**

1. ו"ע ששייכים לע"ע שונים הם בת"ל.
2. ר"א ר"ג 1 לכל ע"ע.
3. מעל השדה בו נמצאים כל הע"ע מתקיים:
4. מעל השדה בו נמצאים כל הע"ע מתקיים:
5.  לכסינה קיים ל- בסיס שכולו מורכב מוקטורים עצמיים.  
    ר"א=ר"ג לכל ע"ע וכל הע"ע שלה בשדה.
6. אם ל יש ע"ע שונים אז A לכסינה. (תנאי מספיק אך לא הכרחי).
7. אם A לכסינה אז המטריצה המלכסנת, , מורכבת מקבוצה בת"ל של ו"ע בעמודות,  
   והמטריצה האלכסונית, , מורכבת מהע"ע באלכסון.
8. (קיילי המילטון): אם  הוא הפ.א. של מטריצה ריבועית , אז .
9.  הפיכה אמ"מ 0 אינו ע.ע. של .
10. דומות אז: יש להם אותו פ"א.  
     יש להם אותה דטרמיננטה.  
     יש להם אותה עקבה  
     יש להם אותה דרגה  
     יש להם אותם ע"ע כולל ריבויים.
11. אם ע"ע ו ו"ע מתאים אז ע"ע ו ו"ע מתאים של .
12. אם A הפיכה ו ע"ע ו ו"ע מתאים אז ע"ע ו ו"ע מתאים של .
13. אם ע"ע מרוכב ו ו"ע מתאים של A ממשית אז ע"ע ו ו"ע מתאים של A.
14. יהא פולינום כלשהוא. נתון: ו"ע של שמתאים לע"ע ו אז: .
15. אם סכום האיברים בכל עמודה (במטריצה ) הוא קבוע . אז  הוא ע.ע. של .
16. אם סכום האיברים בכל שורה (במטריצה ) הוא קבוע . אז  הוא ע.ע. של  וו"ע מתאים הוא: